

例2 有一匀强磁场分布在一圆柱形区域内，

已知： h 、 L 、 $\partial \vec{B} / \partial t > 0$

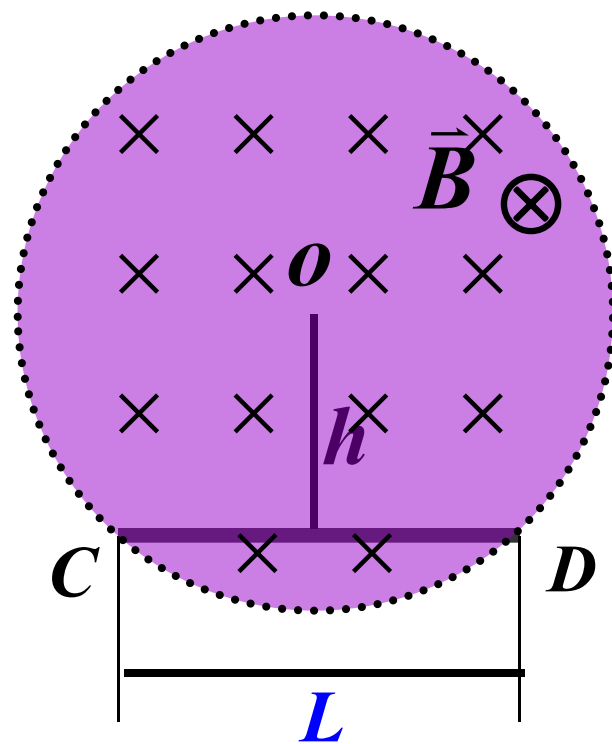
求： $\mathcal{E}_{CD}$

计算感生电动势有两种方法：

$$\mathcal{E}_i = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

闭合回路

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$



$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

解①:

$$\varepsilon_i = \int_C^D \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$|\vec{E}_{\text{感}}| = \frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

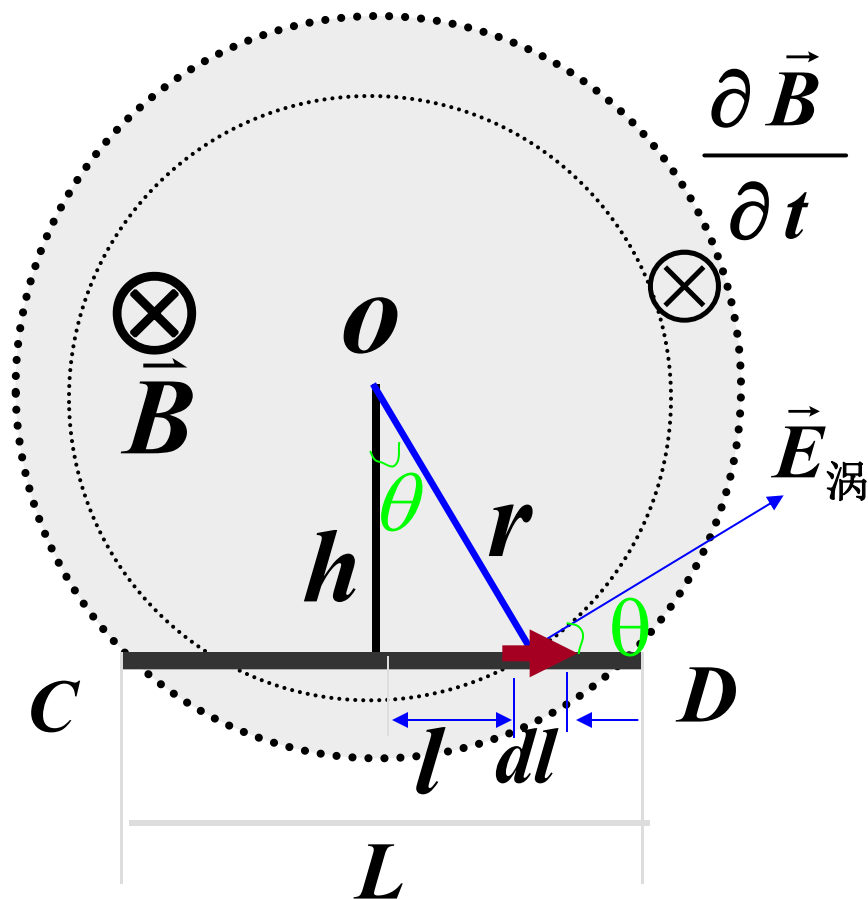
$$d\varepsilon = \vec{E}_{\text{感}} \bullet d\vec{l}$$

$$= \frac{r}{2} \frac{dB}{dt} dl \cos \theta$$

$$= \frac{h}{2} \frac{dB}{dt} dl$$

$$\varepsilon_{CD} = \frac{h}{2} \frac{dB}{dt} \int_L dl = \frac{1}{2} h L \frac{dB}{dt}$$

电动势的方向由C指向D



$$r \cos \theta = h$$

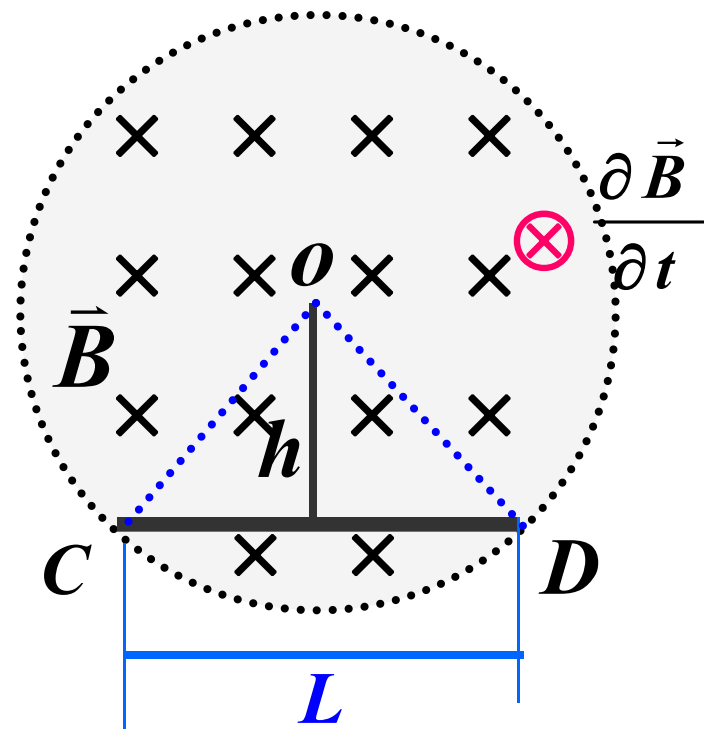
解2: 用法拉第电磁感应定理求解

$$\begin{aligned}\varepsilon_i &= \oint_{OCDO} \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = \int_O^C \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} + \int_C^D \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} + \int_D^O \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} \\ &= \underline{\mathbf{0}} + \varepsilon_{CD} + \underline{\mathbf{0}} \\ &\quad ? \quad ?\end{aligned}$$

$CODC$ 所围面积为: $S = \frac{1}{2}hL$

磁通量 $\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = -\frac{1}{2}hLB$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{1}{2}hL \frac{dB}{dt}$$



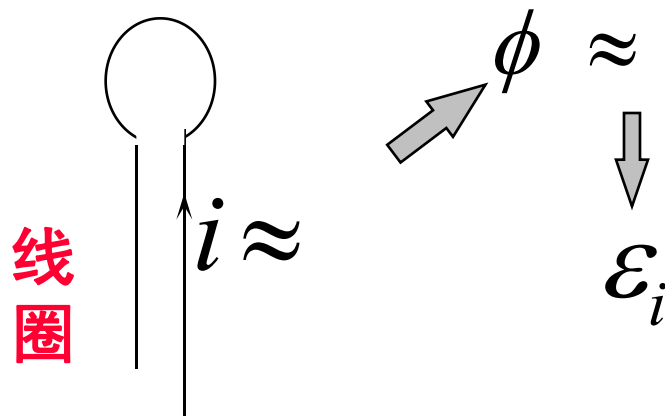
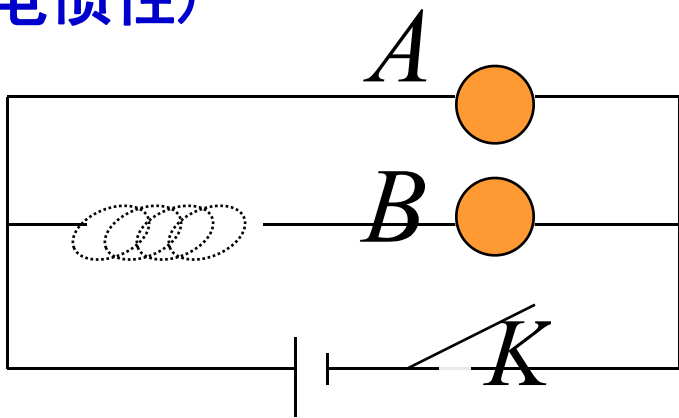
§ 11—3 自感 互感现象

实际线路中的感生电动势问题

一. 自感现象 自感系数

由于自身线路中的电流的变化 而在自身的线路中产生感应电流的现象

反抗电流变化的能力
(电惯性)



K 合上 灯泡 A 先亮 B 晚亮

K 断开 B 会突闪

§ 13-3 自感和互感

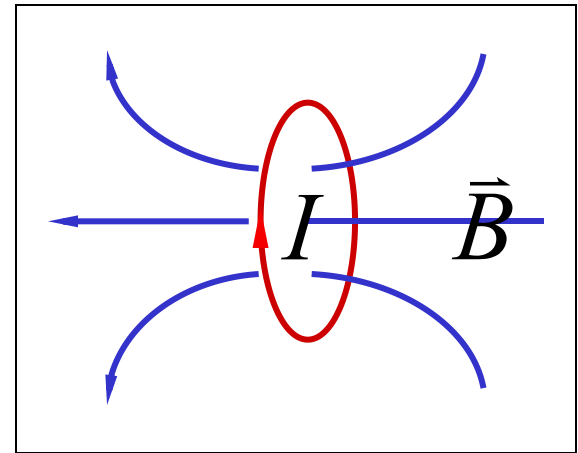
穿过闭合电流回路的磁通量

$$\Phi = LI$$

1) 自感定义1

$$L = \Phi / I$$

若线圈有 N 匝,



磁链

$$\psi = N\Phi$$

自感

$$L = \psi / I$$

注意

无铁磁质时, 自感仅与线圈形状、磁介质及 N 有关.

单位：1 亨利 (H) = 1 韦伯 / 安培 (1 Wb / A)

$$1\text{mH} = 10^{-3}\text{H}, \quad 1\mu\text{H} = 10^{-6}\text{H}$$

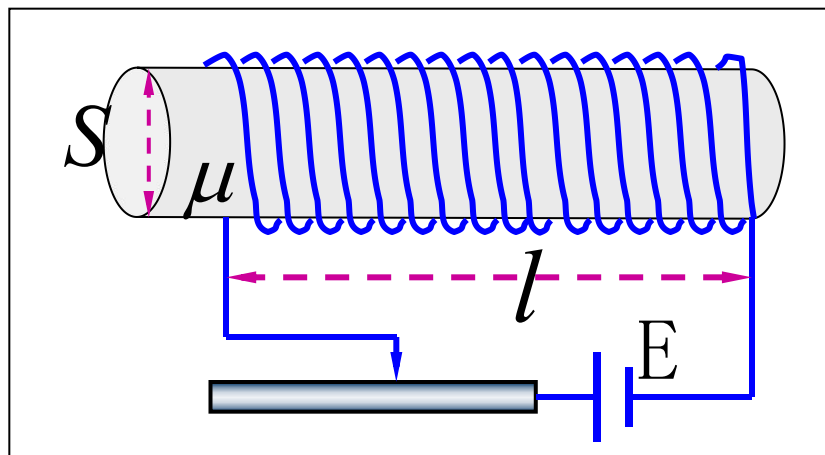
2) 自感电动势 $\varepsilon_L = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$

3) 自感的计算方法

例1 如图的长直密绕螺线管, 已知 l, S, N, μ , 求其自感 L . (忽略边缘效应)

解 先设电流 $I \rightarrow$ 根据安培环路定理求得 $H \rightarrow B$

$\rightarrow \Phi \rightarrow L$.



$$B = \mu_0 \frac{NI}{l}$$

$$B = \mu \frac{NI}{l}$$

$$\psi = N\Phi = NBS$$

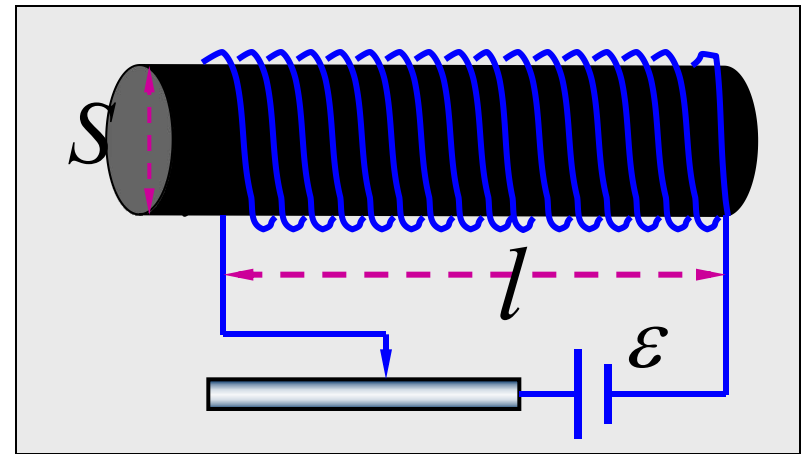
$$= N\mu \frac{N}{l} IS$$

$$\psi = N\mu \frac{N}{l} IS$$

$$L = \frac{\psi}{I} = \mu \frac{N^2}{l} S$$

$$n = N/l \quad V = lS$$

$$\therefore L = \mu n^2 V$$



(一般情况可用下式
测量自感)

$$\varepsilon_L = -L \frac{dI}{dt}$$

4) 自感的应用 稳流, LC 谐振电路, 滤波电路,
感应圈等

例 2 有两个同轴圆筒形导体，其半径分别为 R_1 和 R_2 ，通过它们的电流均为 I ，但电流的流向相反。设在两圆筒间充满磁导率为 μ 的均匀磁介质，**求其自感 L** 。

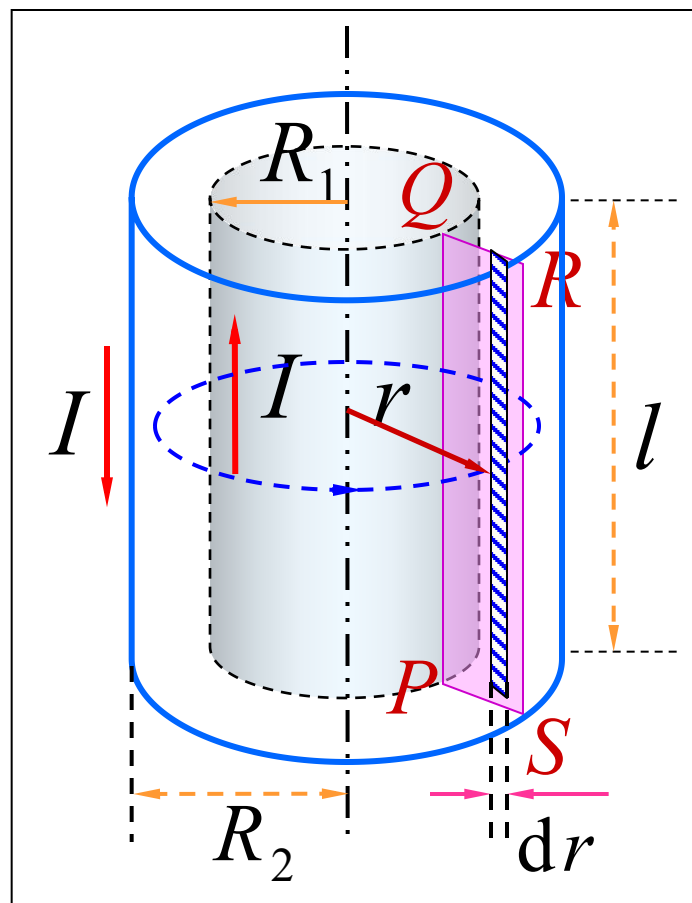
解 两圆筒之间
$$B = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

如图在两圆筒间取一长为 l 的面 $PQRS$

并将其分成许多小面元。

$$\text{则 } d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B l dr$$

$$\Phi = \int d\Phi = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu I}{2\pi r} l dr$$



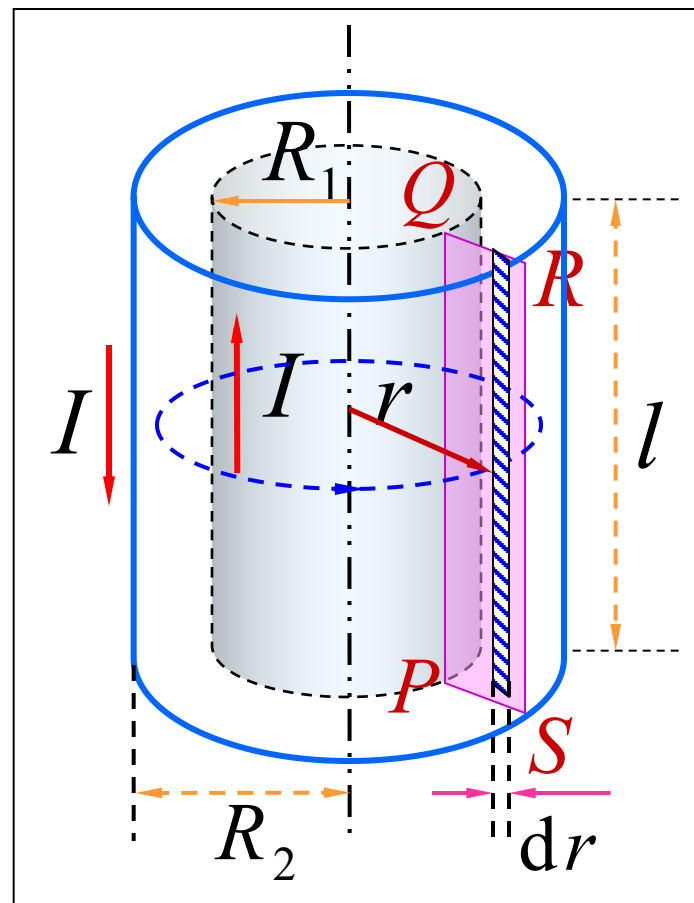
$$\Phi = \int d\Phi = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu I}{2\pi r} l dr$$

即
$$\Phi = \frac{\mu I l}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

由自感定义可求出

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu l}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

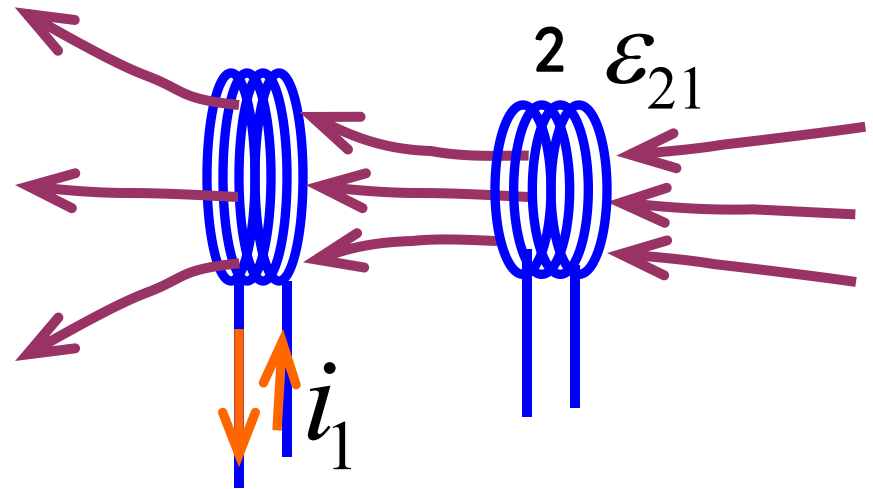
单位长度的自感为
$$\frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$



互感

互感电动势：

当线圈 1 中的电流变化时，所激发的磁场会在它邻近的另一个线圈 2 中产生感应电动势；这种现象称为互感现象。该电动势叫互感电动势。



互感电动势与线圈电流变化快慢有关；与两个线圈结构以及它们之间的相对位置和磁介质的分布有关。

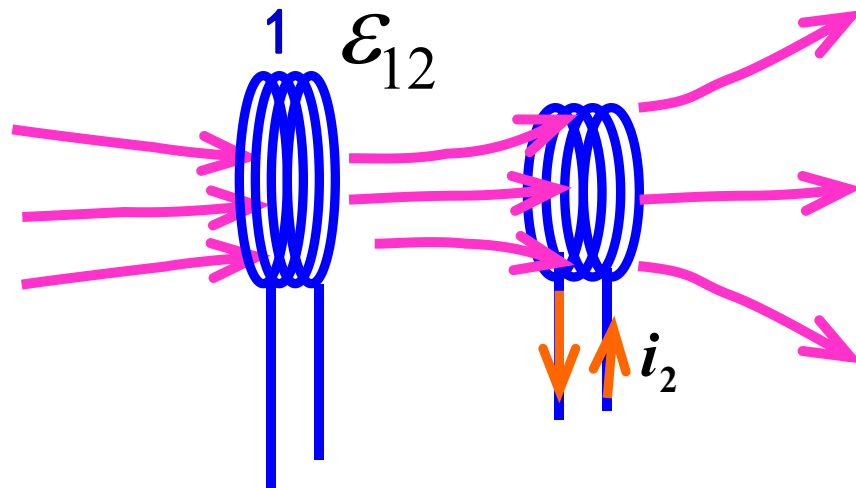
线圈 1 所激发的磁场通过线圈 2 的磁通链数

$$\Psi_{21} = M_{21} i_1$$

互感电动势 $\varepsilon_{21} = -M_{21} \frac{di_1}{dt}$

$$\Psi_{12} = M_{12} i_2$$

$$\mathcal{E}_{12} = -M_{12} \frac{di_2}{dt}$$



后面将从能量观点证明两个给定的线圈有：

$$M_{21} = M_{12} = M$$

M 就叫做这两个线圈的互感系数，简称为互感。

它的单位：亨利（H）

$$1H = 1 \frac{V \cdot s}{A} = 1\Omega \cdot s$$

练习1：如图，圆形小线圈 C_2 ，匝数 $N_2=50$ ，面积 $S_2=40\text{cm}^2$ ，把它放在半径为 $R_1=20\text{cm}$ ，匝数 $N_1=100$ 的大线圈 C_1 的圆心处，两者同轴共面。试求：

(1) 两线圈的互感；

(2) 当大线圈的电流以 $5\text{A} \cdot \text{s}^{-1}$ 的变化率减小时，小线圈中的感应电动势为多大？

解：(1) 设大线圈中通有电流为 I_1 ，由题设可知， $S_2 \ll S_1 = \pi R_1^2$ ，故可视 I_1 在面积 S_2 上各点激发的磁场相同，其值为 $B = N_1 \frac{\mu_0 I_1}{2R_1}$

通过 S_2 的磁链为 $\psi_{21} = N_2 \Phi_{21} = N_2 B S_2 = N_2 N_1 \frac{\mu_0 I_1}{2R_1} S_2$

互感系数为 $M = \frac{\psi_{21}}{I_1} = \frac{\mu_0 N_2 N_1 S_2}{2R_1}$

(2) 小线圈中的互感电动势为 $\varepsilon_M = -M \frac{dI_1}{dt}$